



GeoGebra 3D: explorando as potencialidades do software para o ensino de cálculo de duas variáveis

Lucienne Veloso Brito

Filipi Maciel Jardim

Luis Eduardo de Souza Fonseca

Thiago de Jesus Oliveira Durães

(IFNMG – Campus Montes Claros)

Resumo

À medida em que as tecnologias digitais apresentam avanços relacionados à educação, surgem softwares, mídias, hipertextos e metodologias que visam a reelaboração do processo ensino-aprendizagem. O Cálculo Diferencial e Integral é um dos grandes responsáveis pelo insucesso acadêmico dos estudantes de exatas por sua condição distinta na formação do pensamento avançado em Matemática. A utilização de recursos computacionais no ensino de Cálculo é um tema recorrente nas discussões acadêmicas e tem sido bem aceito, pois propicia a construção do próprio conhecimento através das interações, manipulações e simulações. Neste trabalho, apresentamos algumas possibilidades para trabalhar conceitos e teoremas do Cálculo de duas variáveis através da utilização do GeoGebra: software de matemática dinâmica, livre, com boa interface, que possibilita observação, interação, abstração e elaboração de conjecturas. Várias pesquisas utilizam o GeoGebra para o estudo de funções bidimensionais. Entretanto, a versão 3D do software é bem mais recente e, embora apresente limitações, desenvolvemos diversos applets para a construção de gráficos em 3D. Como é dinâmico, trabalhamos com conceitos de difícil visualização tais como derivadas parciais e direcionais, plano tangente, curvas de nível, entre outros, favorecendo a assimilação dos conteúdos. Os applets foram disponibilizados numa página WEB para acesso da comunidade acadêmica em geral.

Palavras-chave: Geogebra 3D, Cálculo de várias variáveis, tecnologias na educação.

Abstract

As the digital technologies present advances related to education, arise softwares, media, hypertext and methodologies aimed at reworking the teaching-learning process. The Differential and Integral Calculus is largely responsible for the academic failure of students of exact sciences for their distinct condition in the formation of forward thinking in mathematics. The use of computational resources in the teaching of Calculus is a recurring theme in academic discussions and has been well accepted, as it enables the construction of own knowledge through interactions, manipulations and simulations. In this paper, we present some possibilities to work concepts



and theorems Calculation two variables through the use of GeoGebra: dynamic mathematics software, free, with good interface, which enables observation, interaction, abstraction and elaboration of conjectures. Several studies use GeoGebra for the study of two-dimensional functions. However, the 3D version of the software is much more recent and, although it has limitations, we developed several applets for building 3D graphics. As it is dynamic, it works with difficult concepts to visualize, such as partial and directional derivatives, tangent plane, contour lines, among others, favoring the assimilation of content. Applets are available on a web site to access of the academic community in general.

Keywords: Geogebra 3D, Calculus of several variables, technologies in education.

Introdução

O Cálculo Diferencial e Integral é uma disciplina constituinte do ciclo básico de todos os curso de Ciências Exatas, além de estar presente em diversas outras áreas de conhecimento. No entanto, essa disciplina é responsável por um número elevado de reprovações devido ao pensamento estruturado e abstrato ao qual está vinculado. Na Unicamp, por exemplo, estudos apontam para um índice de 77,5% de reprovação e evasão entre os anos de 1997 e 2009 (GARZELLA, 2013). Outros estudos corroboram com dados, tanto no Brasil quanto em outros países, e perdura por décadas.

Diante deste cenário, estudos são desenvolvidos e as metodologias para ensino desta disciplina têm sido cada vez mais discutidas no meio acadêmico, no sentido de encontrar caminhos que propiciem melhor apreensão e entendimento do conteúdo. Não é raro encontrar trabalhos científicos em eventos como ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), COBENGE (Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia), CNMAC (Congresso Nacional de Matemática Pura e Aplicada), SIPEM (Seminários Internacional de Pesquisa em Educação Matemática) cujo foco é o Cálculo Diferencial e Integral. As propostas visam diminuir os elevados índices de evasão e reprovação e, principalmente, apresentam metodologias que contribuem para melhor compreensão dos conteúdos por parte dos alunos.



Particularmente, neste trabalho, estamos interessados no Cálculo Diferencial de duas variáveis. O Cálculo II, como é conhecido na maioria dos centros acadêmicos, além de trabalhar com conceitos e teoremas de difícil compreensão por parte dos acadêmicos, torna-se ainda mais complexo por ter como objeto de estudo as funções de várias variáveis. Livros didáticos e aulas tradicionais, em que o professor utiliza apenas a lousa, os gráficos de funções de duas variáveis não podem ser visualizados por estarem desenhados no plano. Desta forma, é notável a dificuldade dos alunos em compreender conceitos como derivadas parciais, planos tangentes, curvas de nível, gradiente e derivadas direcionais, entre outras.

O uso de tecnologias são grandes aliadas ao ensino, de forma geral. As TIC's (Tecnologias da informação e Comunicação) são cada vez mais utilizadas no processo ensino-aprendizagem e contribuem de forma significativa pois permitem ao usuário visualizar, experimentar, interagir, conjecturar e concluir a respeito de conceitos complexos.

Em especial, destacamos a utilização das TIC's para o ensino de Cálculo II. Como citado acima, essa disciplina exige um alto grau de abstração e torna-se ainda mais complexa por exigir visualização tridimensional de gráficos de funções para visualização dos conceitos e teoremas. A passagem do bidimensional para o tridimensional exige o desenvolvimento de metodologias que garantam a visualização gráfica para verdadeira compreensão dos conteúdos.

Neste trabalho, apresentamos atividades do Cálculo de duas variáveis desenvolvidas com a utilização do software Geogebra: um software livre que permite aliar álgebra, geometria e cálculo de forma dinâmica o que propicia ao usuário a manipulação e exploração, levando a conjecturas e conclusões.

O principal objetivo deste trabalho é apresentar applets desenvolvidos com o Geogebra capazes de colaborar com a compreensão de definições e teoremas do Cálculo de Duas Variáveis.



Para alcançar os objetivos deste trabalho, Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre o tema para conhecer as discussões que a comunidade acadêmica tem feito. Em seguida, foram feitos estudos sobre o software Geogebra em manuais e tutoriais, além de explorar suas potencialidades, especialmente para o Cálculo diferencial de duas variáveis. Os applets foram desenvolvidos em seguida. Os conceitos da disciplina escolhidos para serem trabalhados foram os seguintes: gráficos de funções de duas variáveis, curvas de nível, derivadas parciais, plano tangente e derivadas direcionais. Os applets foram disponibilizados em um site de apoio à disciplina para acesso irrestrito. Visamos, assim colaborar com a aprendizagem da disciplina através da visualização e compreensão desses conceitos importantes e contribuir para melhor assimilação do conteúdo.

1. Resultados: Geogebra 3D

Ganhador de diversos prêmios e constituído por uma grande equipe, entre desenvolvedores e tradutores, o Geogebra¹ é um software de matemática dinâmica, livre e de código aberto que envolve Geometria, Álgebra, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos, num mesmo pacote. Apresenta interface amigável e está disponível tanto para Windows quanto para Linux.

As versões do Geogebra para o plano já são bastante exploradas, tanto na geometria quanto na álgebra. Há disponibilidade de tutoriais e vários applets estão disponíveis no site oficial. Além disso, encontramos inúmeras atividades disponíveis na rede WEB para o plano. No entanto, a versão 3D do software foi disponibilizada em 2013, em versão de teste e em 2014 foi lançada a versão final, embora esteja em constante atualização.

¹ Disponível em geogebra.org. Acesso em 20/05/2015



O Geogebra passa por modificações e atualizações constantes, no entanto, encontramos algumas limitações no decorrer do desenvolvimento deste projeto. A principal dificuldade encontrada é que o software não reconhece uma função de duas variáveis definidas implicitamente como uma superfície, o que limita o funcionamento dos applets para qualquer função.

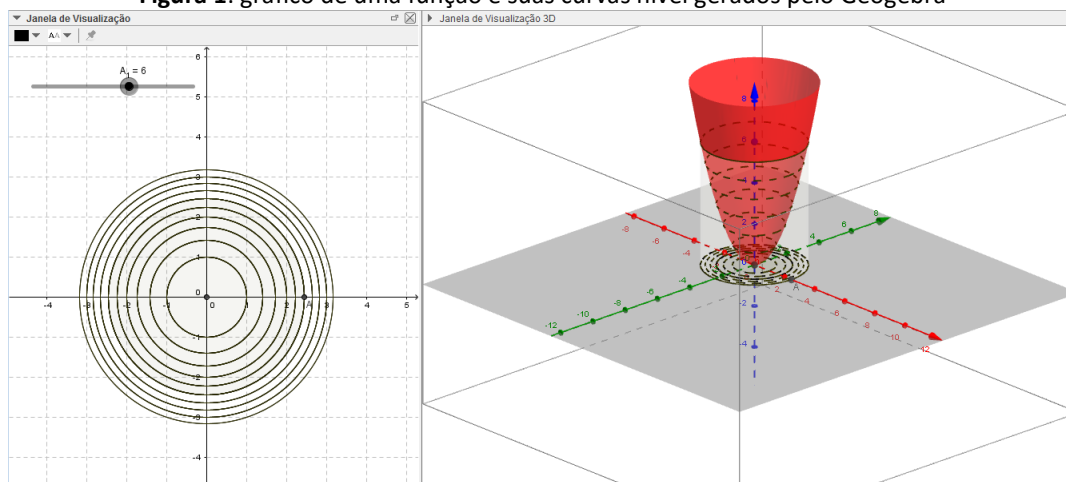
2. Desenvolvimento dos applets

Foram desenvolvidos quatro applets relacionados do Cálculo de duas variáveis: curvas de nível, derivadas parciais, derivadas direcionais e plano tangente. A seguir, apresentamos uma breve descrição três deles, acompanhados da ilustração.

Curvas de Nível

Nesse applet, é apresentada a função $f(x,y) = x^2 + y^2$ na janela de visualização 3D. Ao mover o controle deslizante A_1 , é apresentado a região do gráfico com imagem A_1 e sua projeção no plano xy . São também apresentadas na janela de visualização 2D, as curvas de nível obtidas da função. A figura 1 mostra o applet de uma função e das suas curvas de nível.

Figura 1: gráfico de uma função e suas curvas nível gerados pelo Geogebra



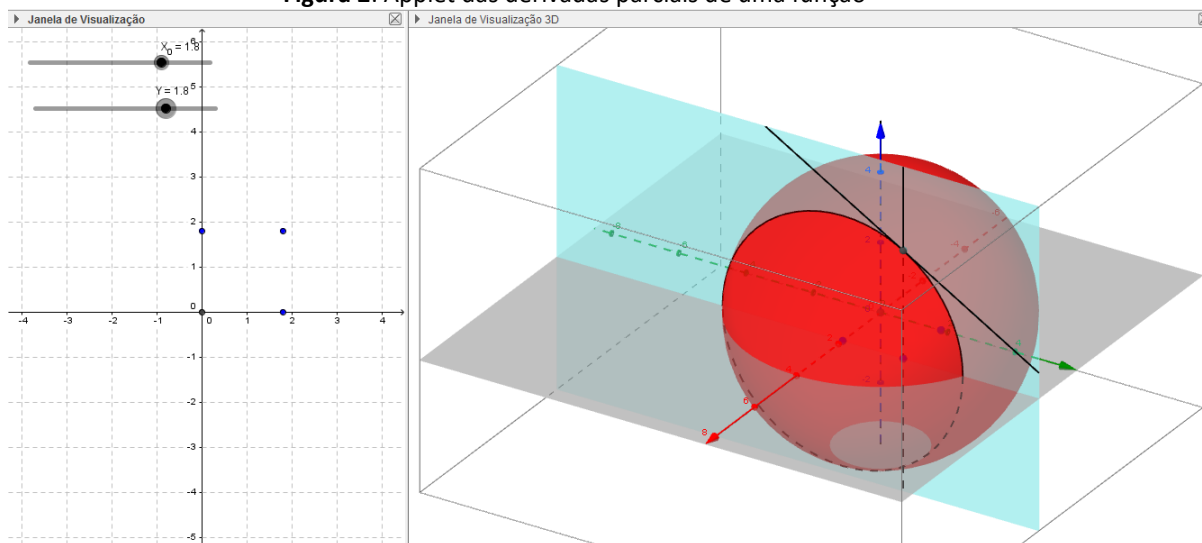
Fonte: Geogebra



Derivadas Parciais

O gráfico da figura 2 apresenta o applet das derivadas parciais de uma função.

Figura 2: Applet das derivadas parciais de uma função



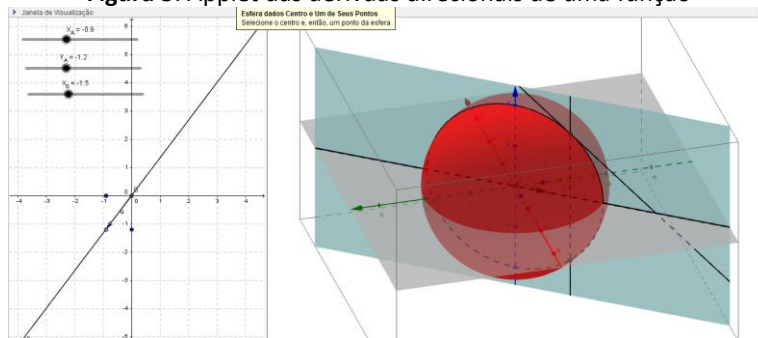
Fonte: Geogebra

Nesse applet, é apresentada a uma esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 na janela de visualização 3d. Ao mover os controles deslizantes x_0 e y_0 , é definido o ponto formado por $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$, deslocando o plano $x=x_0$, que representa o x fixo, é apresentada a reta tangente ao ponto, em relação a y .

Derivadas Direcionais

A figura 3 mostra o applet das derivadas direcionais de uma função.

Figura 3: Applet das derivadas direcionais de uma função



Fonte: Geogebra



Nesse applet, é apresentada a uma esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 na janela de visualização 3d. Ao mover os controles deslizantes X_A e Y_A , é definido o vetor u , formado por (X_A, Y_A) . Deslocando o ponto X_0 , é apresentada a reta tangente a um ponto na curva formada pela esfera e o plano perpendicular ao plano xy , e que contém o vetor u .

Considerações finais

Observa-se que a utilização de recursos computacionais tornam possíveis o desenvolvimento de atividades e compreensão do conteúdo que seriam impossíveis quando restritos à lousa ou lápis e papel. Esta prática proporciona ao estudante a construção de conceitos, levantamento de conjecturas e a elaboração de conclusões a respeito de conceitos importantes do Cálculo de duas variáveis.

Apesar de apresentar algumas limitações, como o software recebe atualizações constantes e é desenvolvido de forma colaborativa, concluímos que o Geogebra é adequado para ser utilizado como ferramenta interativa no processo de ensino-aprendizagem do Cálculo.

Referências Bibliográficas

AMORIM, F. V., SOUSA, G. C., SALAZAR, J. V. **Atividades com o Geogebra para o ensino de Cálculo**. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife. Anais. Recife: UFPE, 2011. CD ROM. Disponível em <http://www.lematec.net/CDS/XIIICIAEM/artigos/1649.pdf>.

GARZELLA, F. A. C. **A disciplina de cálculo i: análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos**. Tese de doutorado. UNICAMP, Campinas, 2013.

FONSECA, D. S. S. M.; GONÇALVES, D. C. **O Uso do GeoGebra no Ensino de Limite**. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. Anais Disponível em http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/MC/T9_MC1309.pdf. Acesso em 06 de setembro de 2014.

RICHT, A.; BENITES, V. C.; ESCHER, M. A.; MISKULIN, R. G. S. C. **Contribuições do software GeoGebra no estudo de cálculo diferencial e integral: uma experiência com alunos do curso de geologia**. 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra. ISSN ISSN 2237- 9657, pp.90-99, 2012.

SANTOS, R. S. **Avaliação do desempenho de ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral I (O caso da UFC)**. Dissertação de Mestrado em Educação. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 1994.